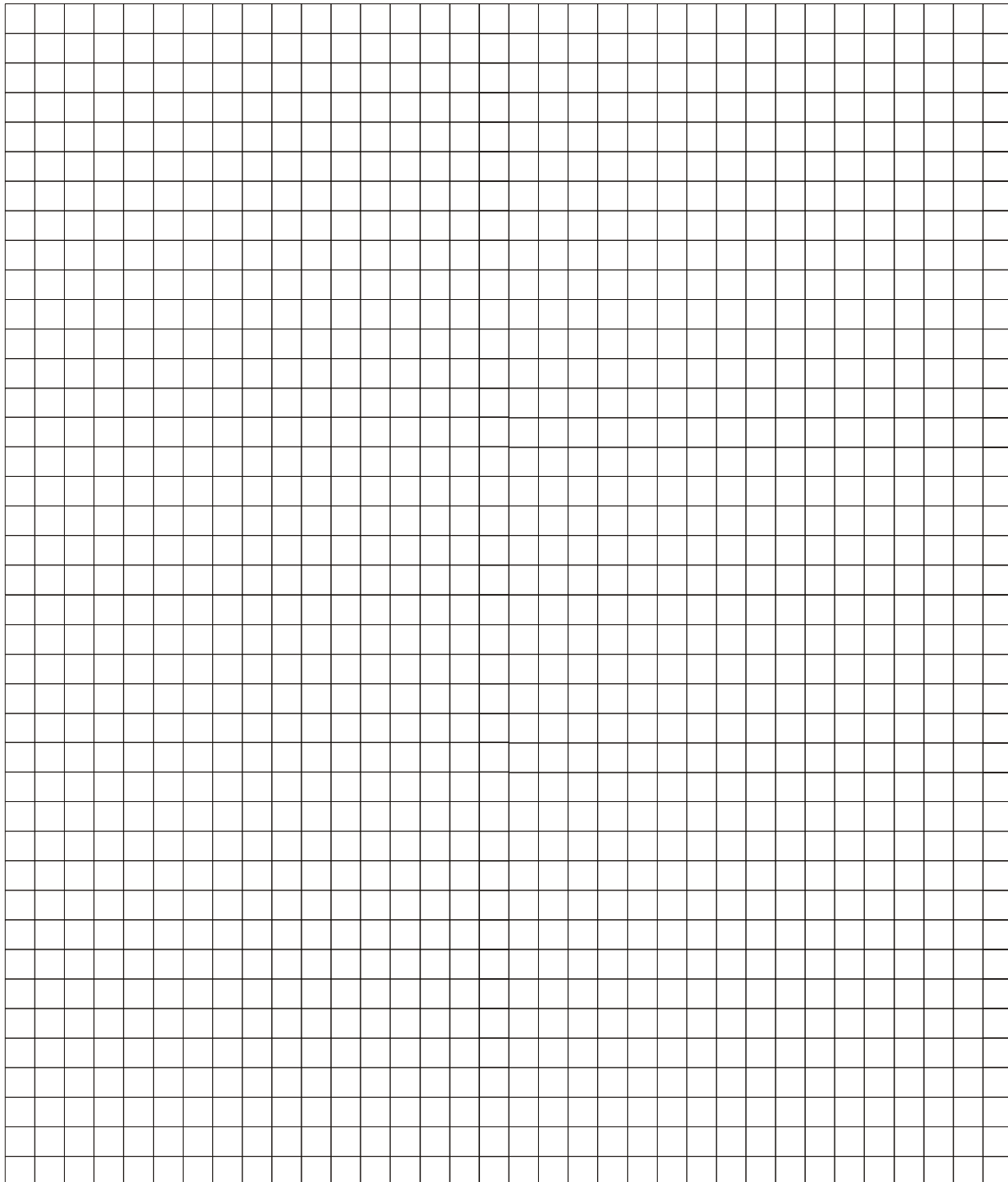


Zadanie 1.

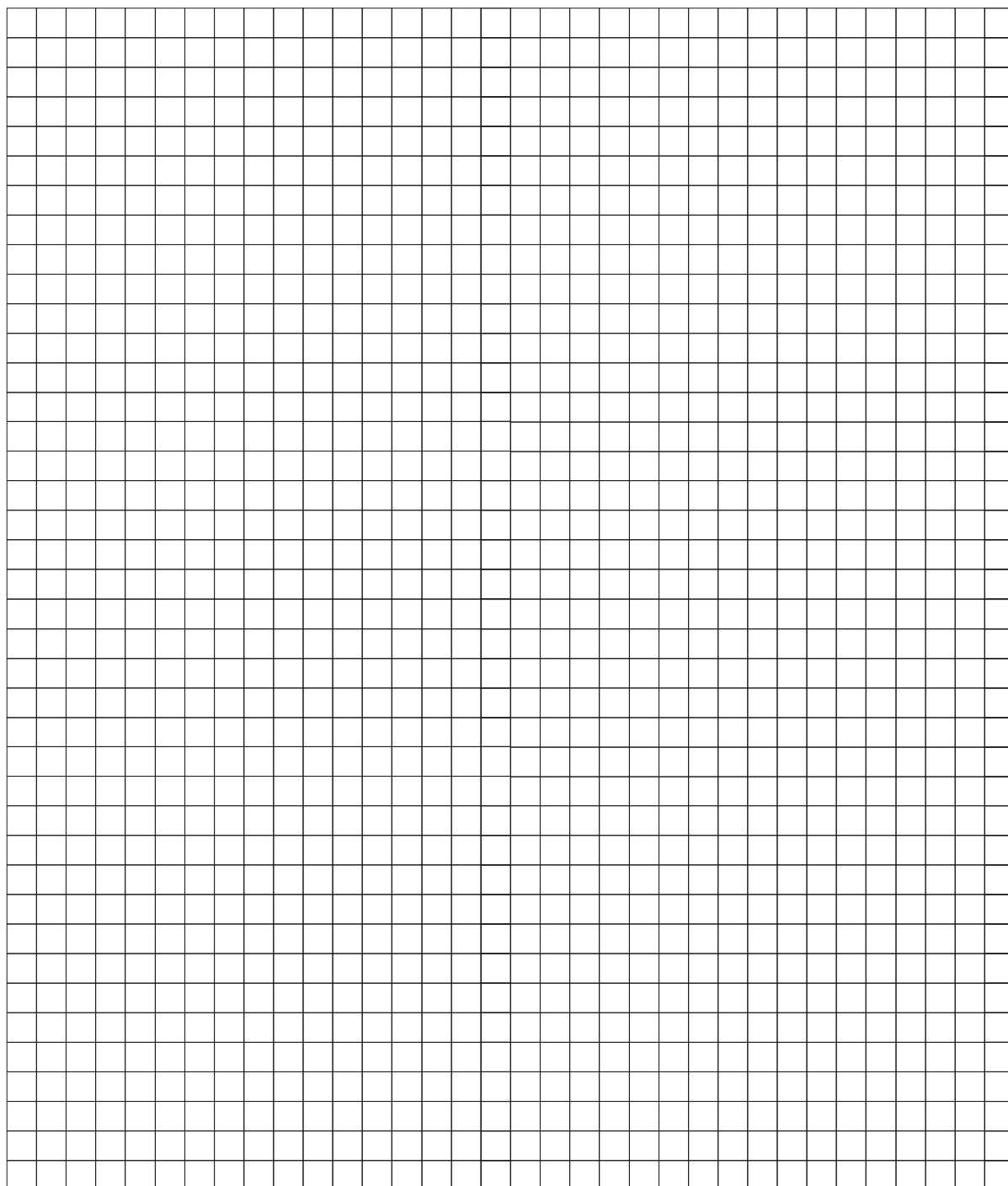
Prostokąt podzielono na 4 mniejsze prostokąty, jak pokazano na rysunku. Znanе są pola trzech składowych prostokątów. Wartości pól są podane na rysunku (liczby umieszczone na odpowiadających prostokątach). Oblicz pole czwartego największego składowego prostokąta. Podaj sposób obliczenia.

6	
2	14



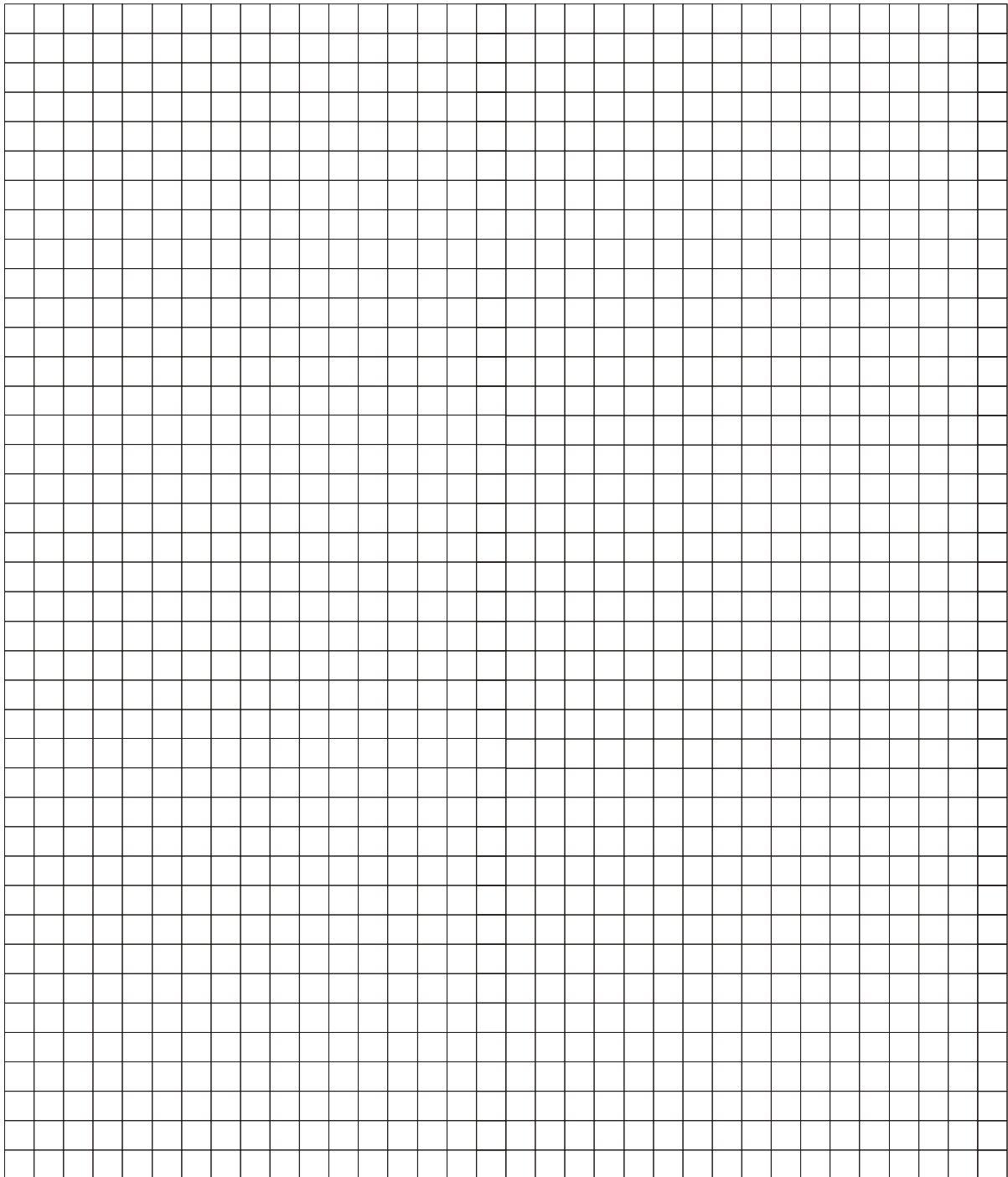
Zadanie 3.

Suma dzielników pewnej niewiadomej liczby naturalnej, bez liczby 1 i bez dzielnika będącego liczbą niewiadomą, wynosi 41. Znajdź niewiadomą liczbę wiedząc, że rozkłada się ona na trzy czynniki pierwsze, a jednym z nich jest liczba 5. Podaj sposób obliczenia niewiadomej liczby.



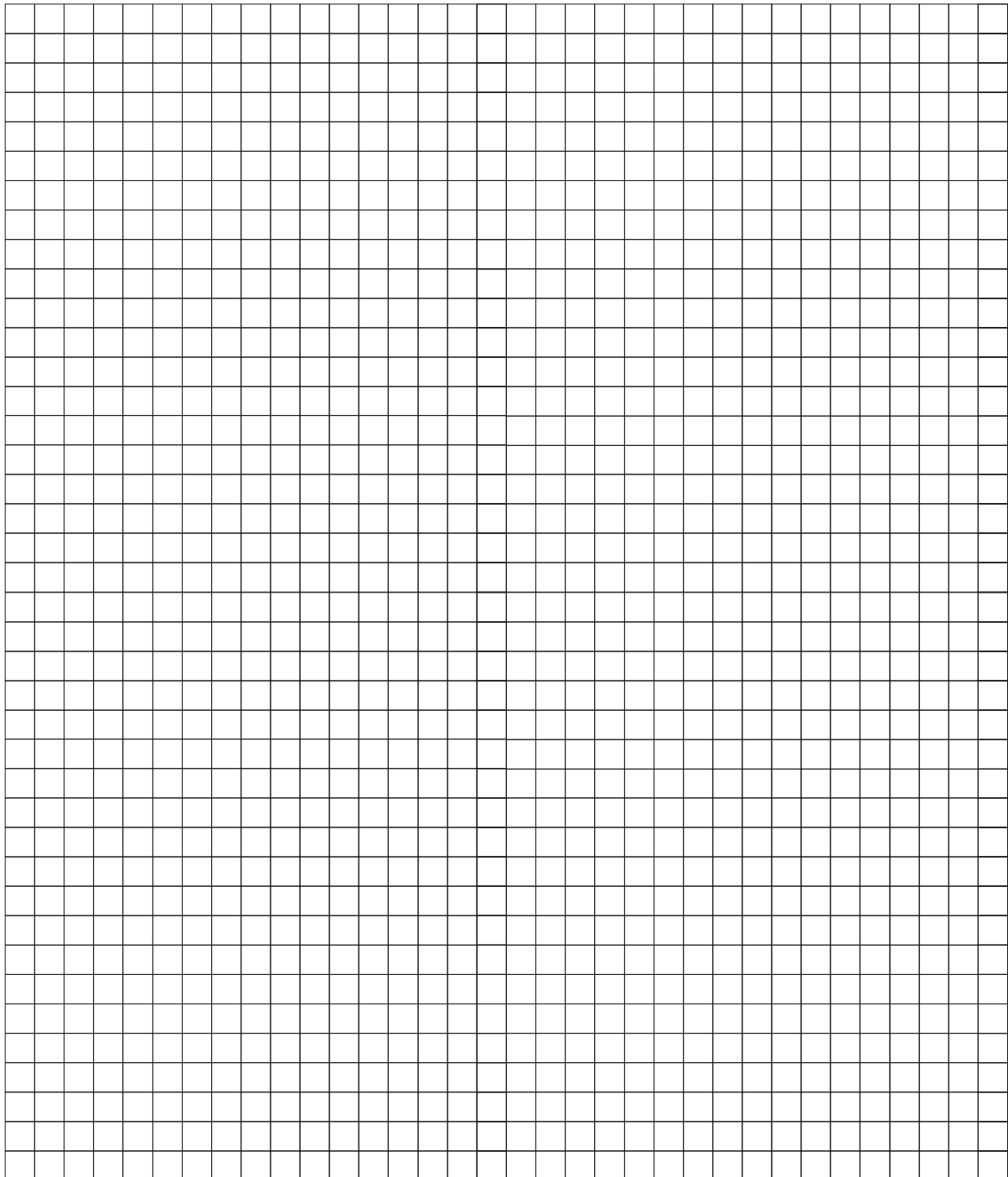
Zadanie 4.

W akwarium, w kształcie naczynia prostopadłościennego, znajdowało się 50 litrów wody. Akwarium nie było pełne. Dno akwarium jest prostokątem o bokach długości 30 cm i 50 cm. Do akwarium wsypano piasek i wtedy 5 litrów wody przelało się przez brzegi akwarium. Następnie z akwarium wylano jeszcze 10 litrów wody, po czym górny poziom wody znajdował się na tej samej wysokości jak przed wsypaniem piasku. Oblicz jakiej wysokości jest to akwarium i jaką pojemność zajmuje wsypany piasek. Przedstaw obliczenia.



Zadanie 5.

Ania rozpoczęła czytanie pewnej książki. Przez 4 pierwsze dni czytała każdego dnia średnio po 12 stron. Przez następne dni czytała dziennie po 20 stron. Ostatniego dnia przeczytała ostatnie 10 stron książki. Okazało się, że gdyby czytała po 14 stron dziennie, całą książkę przeczytałaby w tyle samo dni. Ile dni zajęło Ani przeczytanie tej książki?



WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY

KOD

ZADANIE	1	2	3	4	5	SUMA PUNKTÓW
PUNKTACJA						
PODPIS SPRAWDZAJĄCEGO						

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
dla uczniów szkół podstawowych
w roku szkolnym 2010/2011

II stopień konkursu (rejonowy)
27 listopada 2010 r.

Witamy na Konkursie

- *Otrzymujesz do rozwiązania 5 jednakowo punktowanych zadań (każde za 4 punkty).*
- *Na rozwiązanie wszystkich zadań przeznaczono 90 minut.*
- *Czytaj uważnie treści wszystkich zadań.*
- *Rozwiązania zadań zapisuj czytelnie długopisem (piórem) z czarnym lub niebieskim tuszem (atramentem).*
- *Rozwiązując każde zadanie przedstaw sposób swojego rozumowania.*
- *Ołówek możesz używać jedynie do wykonywania rysunków, w żadnym wypadku nie próbuj nim rozwiązywać zadań, nawet „na brudno”. Jeśli się pomylisz, to skreśl zbędne fragmenty.*
- *Nie używaj korektora i kolorowych pisaków.*
- *Nie korzystaj z kalkulatora.*

Życzymy Ci „połamania pióra”.

Wojewódzka Komisja Konkursu Matematycznego

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
dla uczniów szkół podstawowych
w roku szkolnym 2010/2011

II stopień konkursu (rejonowy)
27 listopada 2010 r.

Schemat punktowania.

*Za poprawne i pełne rozwiązanie każdego zadania (nawet, gdy będzie inne od przewidzianych przez nas rozwiązań) uczeń otrzymuje 4 punkty. W celu dokładnego zróżnicowania osiągnięć uczniów i obiektywizacji oceniania w poszczególnych zadaniach za **poprawne** wykonanie niezbędnych czynności przydziela się następującą liczbę punktów:*

NUMER ZADANIA	WYKONYWANA CZYNNOŚĆ	LICZBA PUNKTÓW
Zadanie 1	<i>Znalezienie odpowiednich związków prowadzących do rozwiązania.</i>	2
	<i>Wykonanie przekształceń, wyliczeń i podanie odpowiedzi</i>	2
Zadanie 2	<i>Obliczenie czasu pokonania całej trasy (w dwie strony) przez autobus – wielkości niezbędnej do wyliczenia liczby autobusów.</i>	1
	<i>Znalezienie związku pomiędzy czasem przejazdu trasy autobusu a liczbą autobusów.</i>	2
	<i>Wykonanie obliczeń i podanie odpowiedzi.</i>	1
Zadanie 3	<i>Użycie liczby 41 do wyrażenia sumy dzielników i znalezienie związku prowadzącego do rozwiązania. Podanie liczby 2 i 3 jako spełniających zależność oraz podanie liczby niewiadomej – 30</i>	2
	<i>Przeprowadzenie poprawnego wnioskowania i wykazanie, że liczby 2 i 3 to jedyne liczby pierwsze spełniające zależność, a więc liczba 30 to jedyne rozwiązanie zadania.</i>	2

Zadanie 4	<i>Obliczenie początkowej wysokości poziomu wody.</i>	<i>1</i>
	<i>Znalezienie związku pomiędzy odlaną wodą a wysokością nad powierzchnią wody.</i>	<i>1</i>
	<i>Obliczenie wysokości akwarium.</i>	<i>1</i>
	<i>Obliczenie objętości piasku.</i>	<i>1</i>
Zadanie 5	<i>Znalezienie związków pomiędzy liczbą dni (niewiadomą), a wielkościami podanymi w zadaniu.</i>	<i>2</i>
	<i>Wykonanie przekształceń, obliczeń i podanie odpowiedzi.</i>	<i>2</i>

Przykładowe rozwiązania zadań – szkice rozwiązań.

Zadanie 1.

Boki prostokąta podzielono na części. Oznaczając na krótszym boku jego części jako długości a i b , na dłuższym - c i d , można zapisać podane wielkości jako:

$ac = 6$, $bc = 2$, $bd = 14$; Szukane pole ad .

Po przekształceniach pierwszego i trzeciego związku otrzymujemy:

$$a = \frac{6}{c}, d = \frac{14}{b}.$$

Wyliczone a i d mnożymy, za bc podstawiamy 2, co wynika z drugiego związku:

$$a \cdot d = \frac{6}{c} \cdot \frac{14}{b} = \frac{6 \cdot 14}{bc} = \frac{6 \cdot 14}{2} = 42$$

Otrzymujemy szukaną wielkość pola $ad = 42$.

Odpowiedź.: Szukane pole prostokąta wynosi 42.

Zadanie 2.

Z podanych czasów wynika, że autobus pokonuje całą trasę tam i z powrotem (wliczając postoje) w czasie: $2 \cdot 1h 20 \text{ min} + 2 \cdot 20 \text{ min} = 3\frac{1}{3}h$

W tym czasie, co 20 min ($\frac{1}{3}h$), z każdego przystanku musi odjechać autobus. W czasie $3\frac{1}{3}h$ odstępów $\frac{1}{3}h$ jest $3\frac{1}{3} : \frac{1}{3} = 10$

Odpowiedź.: Potrzeba 10 autobusów.

Zadanie 3.

Szukana liczba jest postaci $5 \cdot a \cdot b$, gdzie a i b są liczbami pierwszymi, $a \neq b$, $a \neq 5$ i $b \neq 5$.

Dzielnikami szukanej liczby są więc zatem liczby: 1, a , b , 5, ab , $5a$, $5b$, $5ab$.

Suma tych dzielników za wyjątkiem 1 i $5ab$, zgodnie z warunkami zadania, wynosi 41.

Tak więc szukana liczba spełnia warunek:

$$a + b + 5 + ab + 5a + 5b = 41$$

$$6a + 6b + ab + 5 = 41$$

$$6a + 6b + ab = 36 \quad (*)$$

Powyższe równanie spełniają liczby $a = 2$ i $b = 3$, a więc niewiadoma liczba to:

$$5 \cdot a \cdot b = 5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$$

Równanie spełniają tylko liczby 2 i 3. Innego rozwiązania nie ma, gdyż zastępując którąś z liczb a , b (albo obie) przez inną (a więc większą) liczbę pierwszą zwiększymy wartość wyrażenia występującego po lewej stronie równania (*) i równość nie będzie zachodzić.

Odpowiedź.: Niewiadomą liczbą jest 30.

Zadanie 4.

Oznaczmy wysokość akwarium jako h .

Początkowo naczynie było wypełnione do wysokości x (dm) odpowiadającej równaniu

$$3 \cdot 5 \cdot x = 50$$

$$15 \cdot x = 50$$

$$x = \frac{50}{15} = \frac{10}{3} \text{ (dm)}$$

Dodanie piasku spowodowało uzupełnienie naczynia do pełnej pojemności. Odlanie 10 litrów, wody spowoduje, że poziom wody sięgać będzie (jak na początku) wysokości $\frac{10}{3}$ (dm).

10 litrów odlanej wody odpowiada zatem pojemności:

$3 \cdot 5 \cdot y = 10$, gdzie y oznacza różnicę wysokości od górnego poziomu wody do wysokości naczynia h .

$$y = \frac{10}{3 \cdot 5} = \frac{2}{3} \text{ (dm)}$$

Wysokość akwarium wynosi zatem:

$$h = x + y = \frac{10}{3} + \frac{2}{3} = \frac{12}{3} = 4 \text{ (dm)}$$

Dodanie piasku spowodowało uzupełnienie naczynia do pełnej pojemności i ponadto wylanie się 5 dm^3 wody. Jeśli dodatkowo odlejemy jeszcze 10 litrów, w akwarium pozostanie 35 dm^3 wody. Ponieważ na początku w akwarium było 50 litrów wody, a teraz sięga ona do tej samej wysokości co na początku, to w akwarium znajduje się $50 - 35 = 15 \text{ dm}^3$ piasku.

Odpowiedź.: Wysokość akwarium wynosi 4 dm. Piasek zajmuje objętość 15 litrów (dm^3).

Zadanie 5.

Oznaczając przez x liczbę dni ze średnią czytania 20 stron dziennie, łączną liczbę stron książki można przedstawić jako:

$$4 \cdot 12 + x \cdot 20 + 1 \cdot 10$$

Z drugiej strony (przyjmując, że Ania czytała tę książkę tyle samo dni, ze stałą prędkością czytania 14 stron dziennie), łączną liczbę stron książki można przedstawić jako:

$$(4 + x + 1) \cdot 14$$

Tak więc:

$$4 \cdot 12 + x \cdot 20 + 1 \cdot 10 = (4 + x + 1) \cdot 14$$

Po wyliczeniu otrzymujemy $x = 2$ dni, tak więc Ania czytała książkę $4 + 2 + 1 = 7$ dni

Odpowiedź.: Ania przeczytała całą książkę w ciągu 7 dni.