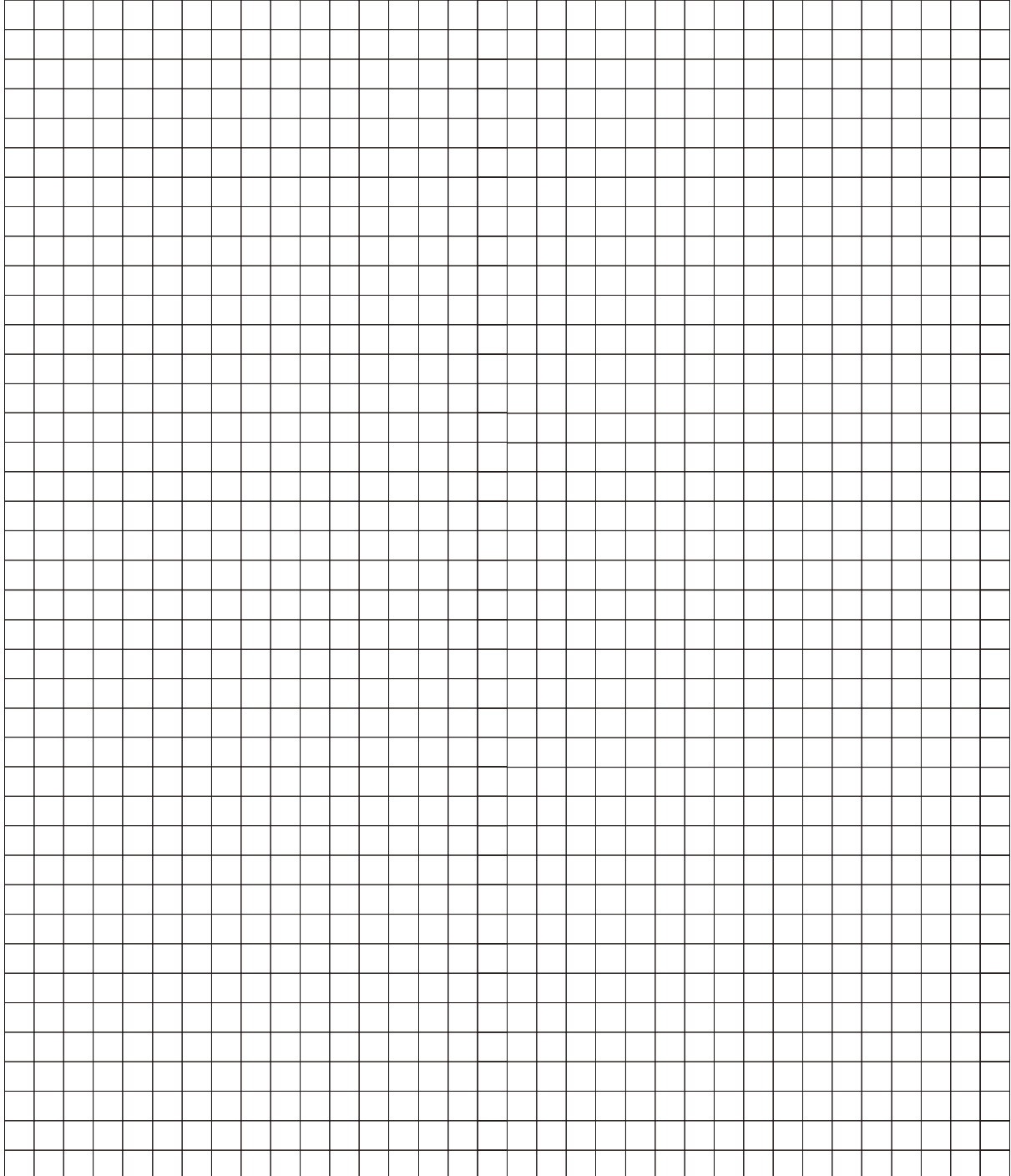


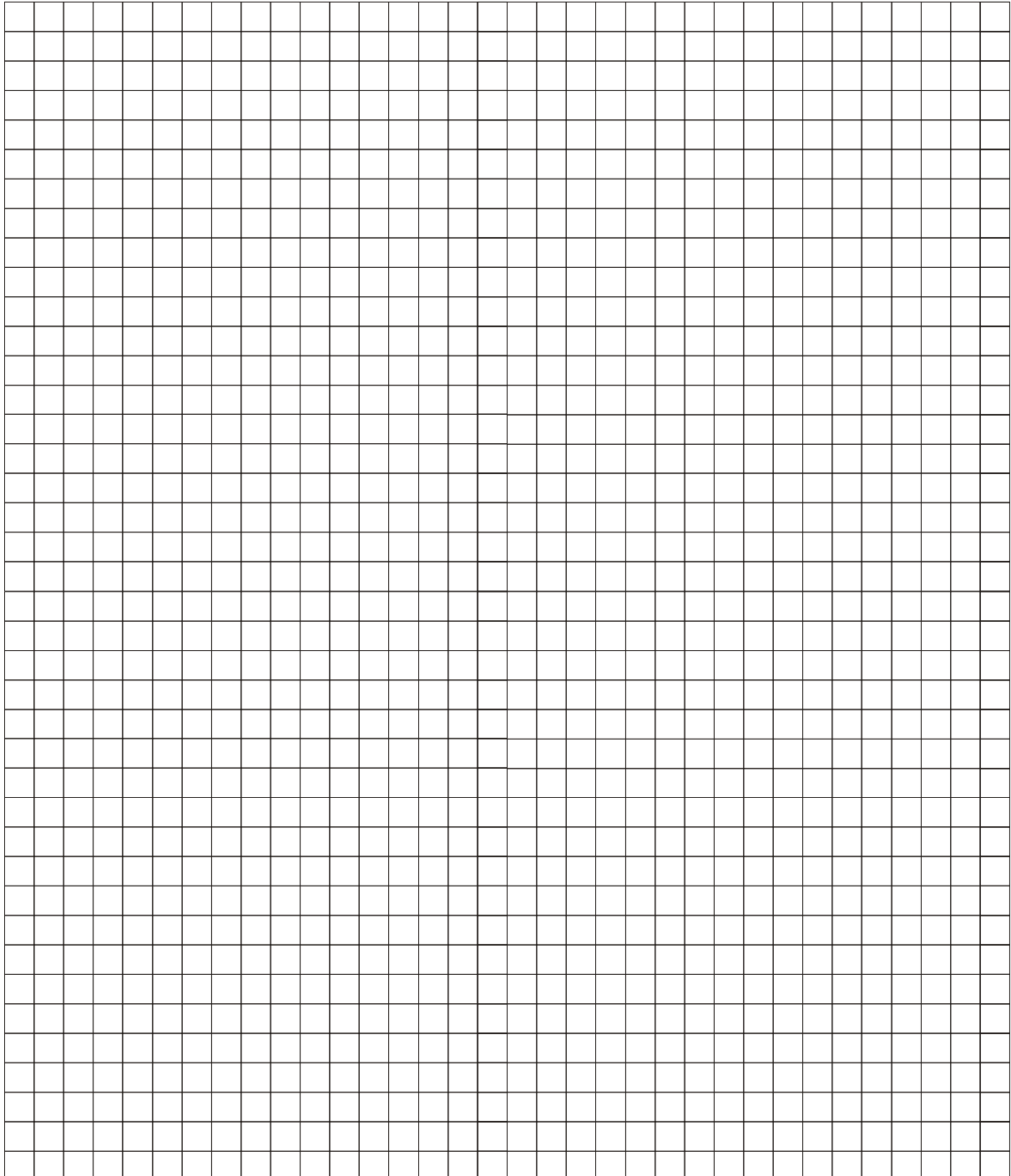
**Zadanie 1.**

Pewną niewiadomą liczbę trzycyfrową pomnożono przez drugą liczbę trzycyfrową utworzoną z tych samych cyfr, zapisanych w odwrotnej kolejności. W wyniku mnożenia otrzymano liczbę 125020. Znajdź niewiadome liczby trzycyfrowe. Przedstaw rozwiązanie.



**Zadanie 2.**

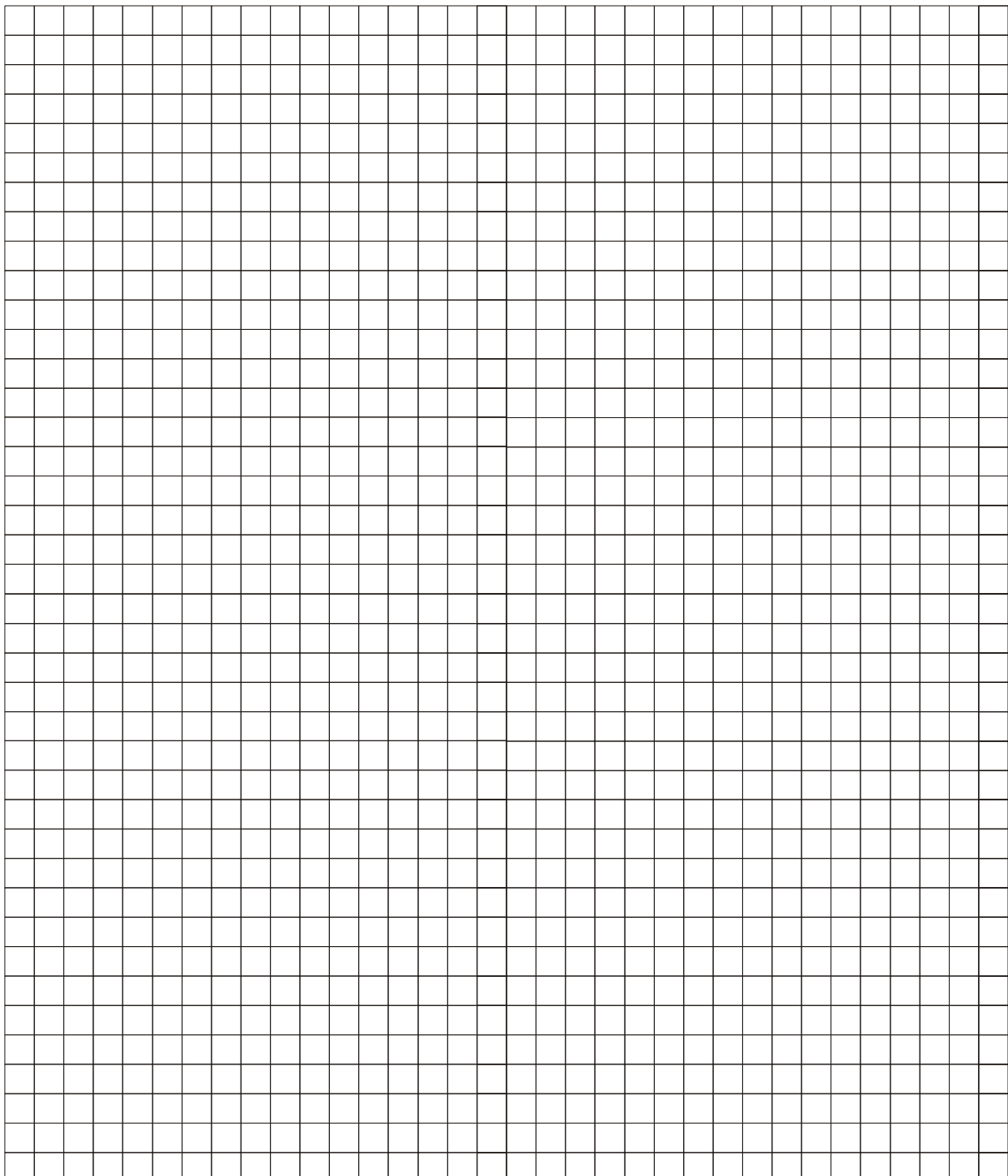
Oblicz po ilu pełnych minutach i pełnych sekundach od godziny piętnastej wskazówka minutowa minie wskazówkę godzinową po raz pierwszy przed godziną szesnastą. Przedstaw obliczenia, prowadzące do wyniku.





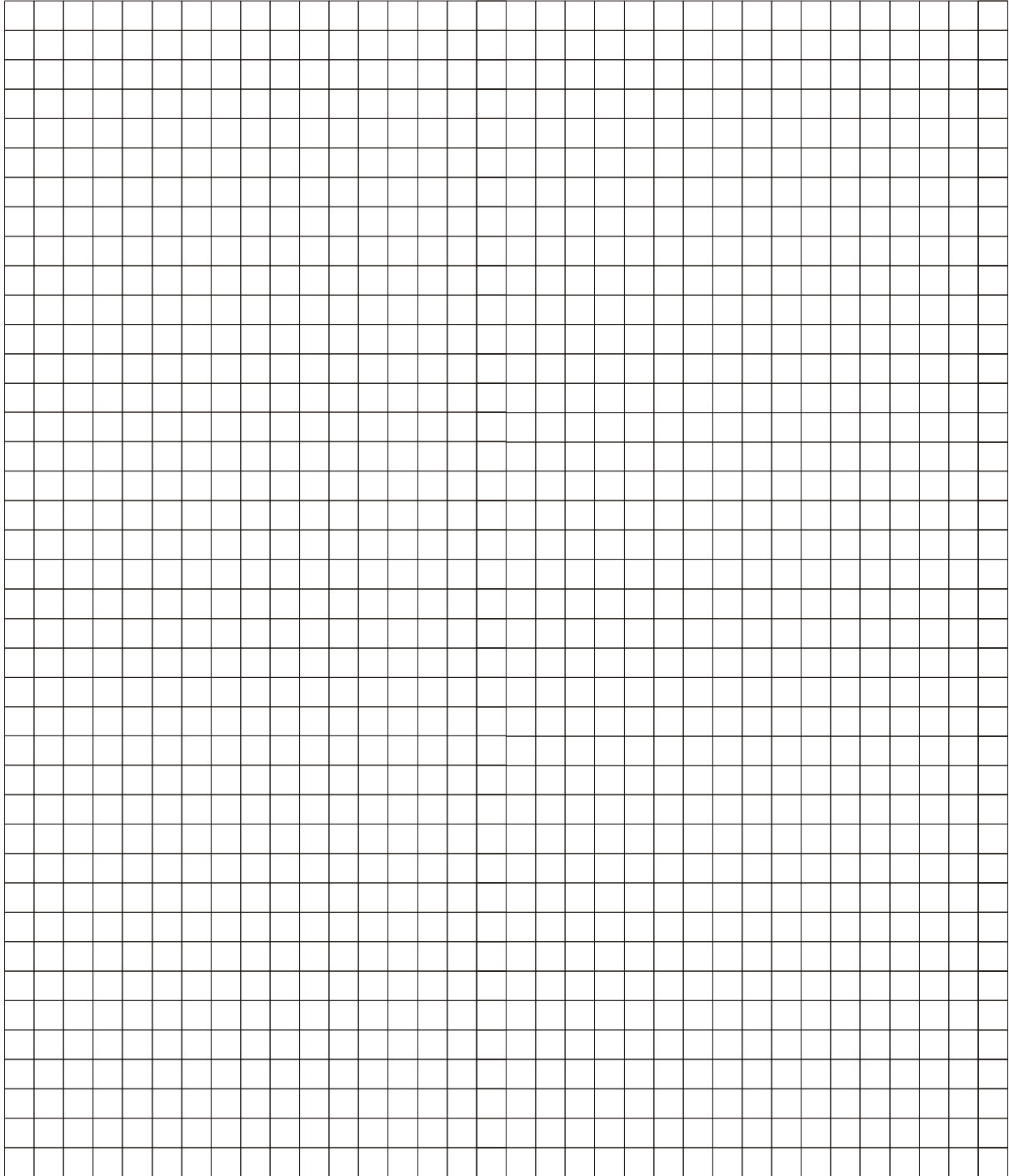
**Zadanie 4.**

Siedem osób siedzi przy okrągłym stole na miejscach ponumerowanych w prawo od 1 do 7. Numery miejsc jednocześnie stanowią numery graczy. Osoby te rozgrywają pewną grę. Na początku gry każda z osób dysponowała pewną liczbą monet jednozłotowych. Pierwszy gracz miał ich największą liczbę, a każdy następny sąsiadujący z prawej miał o jedną monetę mniej. Siódmy gracz miał najmniejszą liczbę monet. Gra polega na tym, że każda osoba przekazuje graczowi sąsiadującemu z prawej strony, o jedną monetę więcej niż otrzymała od gracza sąsiadującego z lewej strony. Gra trwa do czasu gdy nie będzie możliwe kolejne przekazanie monet, zgodnie z określonymi wyżej zasadami. Grę rozpoczyna gracz numer jeden, przekazując 1 zł graczowi numer dwa. Po zakończeniu gry okazało się, siódmy gracz posiada 4 razy więcej monet od gracza numer jeden. Oblicz ile monet posiadał na początku gry każdy z graczy. Pokaż jak znalazłeś rozwiązanie.



**Zadanie 5.**

Na bokach kwadratu  $ABCD$  zaznaczono środki odpowiednio: na boku  $AB$  środek  $E$ , na boku  $BC$  środek  $F$ , na boku  $CD$  środek  $G$  i na boku  $DA$  środek  $H$ . Na odcinku poprowadzonym od punktu  $E$  do punktu  $F$  zaznaczono środek  $K$ . Jaką część kwadratu zajmują łącznie pola czworokątów:  $AEKH$  i  $CFKG$ .



**WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY**

<i>KOD</i>

<i>ZADANIE</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>SUMA PUNKTÓW</i>
<i>PUNKTACJA</i>						
<i>PODPISY SPRAWDZAJĄCYCH</i>						

**WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY**  
*dla uczniów szkół podstawowych*  
*w roku szkolnym 2010/2011*

*III stopień konkursu (województki)*  
*15 stycznia 2011 r.*

**Witamy na Konkursie**

- *Otrzymujesz do rozwiązania 5 jednakowo punktowanych zadań (każde za 4 punkty).*
- *Na rozwiązanie wszystkich zadań przeznaczono 120 minut.*
- *Czytaj uważnie treści wszystkich zadań.*
- *Rozwiązania zadań zapisuj czytelnie długopisem (piórem) z czarnym lub niebieskim tuszem (atramentem).*
- *Rozwiązując każde zadanie przedstaw sposób swojego rozumowania.*
- *Ołówek możesz używać jedynie do wykonywania rysunków, w żadnym wypadku nie próbuj nim rozwiązywać zadań, nawet „na brudno”. Jeśli się pomylisz, to skreśl zbędne fragmenty.*
- *Nie używaj korektora i kolorowych pisaków.*
- *Nie korzystaj z kalkulatora.*

**Życzymy Ci „połamania pióra”.**

**Wojewódzka Komisja Konkursu Matematycznego**

**WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY**  
**dla uczniów szkół podstawowych**  
**w roku szkolnym 2010/2011**

*III stopień konkursu (województki)*  
*15 stycznia 2011 r.*

**Schemat punktowania.**

*Za poprawne i pełne rozwiązanie każdego zadania (nawet, gdy będzie inne od przewidzianych przez nas rozwiązań) uczeń otrzymuje 4 punkty. W celu dokładnego zróżnicowania osiągnięć uczniów i obiektywizacji oceniania w poszczególnych zadaniach za **poprawne** wykonanie niezbędnych czynności przydziela się następującą liczbę punktów:*

<b>NUMER ZADANIA</b>	<b>WYKONYWANA CZYNNOŚĆ</b>	<b>LICZBA PUNKTÓW</b>
<b>Zadanie 1</b>	<i>Odgadnięcie skrajnych cyfr  Napisanie związków pomiędzy cyframi i iloczynem, przekształcenia  Wskazanie środkowej cyfry, odpowiedź</i>	 1  2  1
<b>Zadanie 2</b>	<i>Porównanie prędkości poruszania się wskazówek (kątowników pokonywanych przez obie wskazówki w tym samym czasie)  Zapisanie związków pomiędzy kątami pokonywanymi przez obie wskazówki. Znalezienie wyrażenia odpowiadającego szukanej wielkości czasu  Obliczenie szukanego czasu, odpowiedź  (Odpowiedź bez zaokrąglenia w dół do minut i sekund ale zawierająca żądane jednostki czasu – uznajemy za prawidłową)</i>	 1  2  1
<b>Zadanie 3</b>	<i>Za podanie ciągu czynności prowadzącego do wyniku, aby w największym naczyniu pozostało 14 l wody  Jeśli w ciągu czynności zabraknie ostatniego etapu przelewania – należy przyznać 3 pkt, jeśli zabraknie dwóch – należy przyznać 2 pkt, jeśli zabraknie więcej należy przyznać 0 pkt  Uwaga: zadanie ma oczywiście wiele rozwiązań i każde z nich należy premiować wg. powyższego schematu oceniania.</i>	 4
<b>Zadanie 4</b>	<i>Spostrzeżenie i podanie zależności - jak zmniejsza się liczba monet u każdego z graczy, każdorazowo po otrzymaniu, a następnie przekazaniu dalej monet.  Sformułowanie zależności liczby monet od nr gracza.  Wskazanie warunku zatrzymania gry w zależności od początkowej liczby monet siódmego gracza</i>	 1  1  1

	<p><i>Zbudowanie równania (wyrażenia), z którego można wyliczyć liczbę początkową monet, wyliczenie i podanie odpowiedzi</i></p> <p><i>Uwaga</i></p> <p><i>Odgadnięcie (bez pokazania drogi wnioskowania z warunków zadania) prawidłowego rozwiązania liczby monet (1pkt) wraz z wykonaniem symulacji gry (sprawdzenia) – razem 3 pkt</i></p>	1
<b>Zadanie 5</b>	<p><i>Zauważenie przydatnych symetrii utworzonych figur w kwadracie (podział kwadratu i dobranie odpowiednich jego elementów)</i></p> <p><i>Znalezienie składowych pól algebraicznie lub graficznie</i></p> <p><i>Podanie odpowiedzi w postaci ułamka lub liczby procent</i></p>	1 2 1

### **Przykładowe rozwiązania zadań – szkice rozwiązań.**

#### **Zadanie 1.**

Wynik mnożenia ma cyfrę jedności 0, więc pierwszą i ostatnią cyfrą jest 2 i 5 (zero wykluczamy, ponieważ po przestawieniu cyfr w jednej z liczb byłaby to pierwsza cyfra).

Zatem do odnalezienia jest cyfra środkowa i w obu liczbach pisanych w odwrotnej kolejności jest tą samą. Oznaczmy ją literą  $a$ . Cyfra  $a$  jest dowolną z zakresu od 0 do 9.

Zapisujemy liczby w postaci:

$$200 + 10a + 5, 500 + 10a + 2$$

$$\text{Ich iloczyn } (200 + 10a + 5)(500 + 10a + 2) = 125020$$

Po przekształceniach:

$$102910 + 2050a + 5020a + 100a^2 = 125020$$

$$707a + 10a^2 = 2211$$

$a = 3$  (dopuszczamy odgadnięcie, które jest łatwe na podstawie porównania iloczynu  $707a$  i wielkości liczby  $2211$ )

Sprawdzenie potwierdza znalezione rozwiązanie

Odpowiedź: Niewiadomymi liczbami są 532 i 235.

#### **Zadanie 2.**

Wskazówka minutowa zakreśla kąt 12 razy większy niż wskazówka godzinowa w tym samym czasie. Oznaczmy przez  $x$  kąt, jaki zakreśli wskazówka godzinowa od godziny piętnastej do momentu minięcia jej przez wskazówkę minutową.

Wskazówka minutowa od godziny piętnastej do momentu „spotkania” wskazówki godzinowej zakreśli kąt  $90^\circ + x$ .

$$90^\circ + x = 12x$$

$$x = 90^\circ : 11$$

$$90^\circ + x = 90^\circ + 90^\circ : 11 = 98 \frac{2}{11} (^\circ)$$

Zatem pytanie w zadaniu można sformułować – w jakim czasie wskazówka minutowa zakreśli ten kąt?

$1^\circ$  - kąt jaki zakreśla wskazówka minutowa w ciągu 10s (3600s odpowiada  $360^\circ$ )

$$98 \frac{2}{11} \cdot 10s = 981 \frac{9}{11} s = 16 \text{ min } 21 \frac{9}{11} s$$

Odpowiedź: Po 16 min 21 s.

### Zadanie 3.

W kolejnych etapach przelewamy z jednego naczynia większego do innego mniejszego do pełnej zawartości mniejszego a z naczynia mniejszego do większego pełną zawartość mniejszego. Zadanie ma wiele rozwiązań. Przykładowe rozwiązania uwzględniające kolejne etapy przelewania przedstawiono poniżej:

Naczynie I	Naczynie II o poj. 11	Naczynie III o poj. 5	
24	0	0	sytuacja wyjściowa
19	0	5	przelano z I do III
19	5	0	przelano z III do II
14	5	5	przelano z I do III

lub

Naczynie I	Naczynie II o poj. 11	Naczynie III o poj. 5	
24	0	0	sytuacja wyjściowa
13	11	0	przelano z I do II
13	6	5	przelano z II do III
18	6	0	przelano z III do I
18	1	5	przelano z II do III
19	0	5	przelano z II do I
19	5	0	przelano z III do II
14	5	5	przelano z I do III

### Zadanie 4.

Jeśli  $n$  oznaczymy początkową liczbę monet siódmego gracza, to pierwszy posiadał początkowo  $n + 6$  monet.

W pierwszej turze przekazywania sobie monet (każdy z graczy przyjmie i przekaże monety jeden raz) każdy gracz, oprócz pierwszego, będzie miał o 1 zł mniej niż na początku.

(przekazuje o jedną monetę więcej niż otrzymał, siódmy gracz przekaże pierwszemu 7 zł i to kończy turę).

Druga tura spowoduje, że każdy z graczy, oprócz pierwszego, będzie miał o 2 zł mniej niż na początku (ostatni przekazuje pierwszemu  $2 \cdot 7$  zł) itd.

Tak więc po  $n$  turach ostatni gracz (siódmy) będzie posiadał 0 zł, ale przekaże przedtem  $n \cdot 7$  zł graczowi pierwszemu.

Następna  $n + 1$  tura będzie ostatnia (niepełna), gdyż siódmy gracz nie będzie mógł jej dokończyć (nie będzie mógł wykonać ruchu zgodnie z warunkami gry bo ma wtedy o jedną monetę za mało).

Siódmy gracz posiada w tym samym czasie  $(n + 1) \cdot 7 - 1$  monet i jest to – z treści zadania – 4 razy więcej niż posiada pierwszy gracz. Pierwszy w tym samym momencie ma  $(n + 6) - (n + 1)$ , więc można napisać równanie:

$$(n+1) \cdot 7 - 1 = 4 \cdot ((n+6) - (n+1))$$

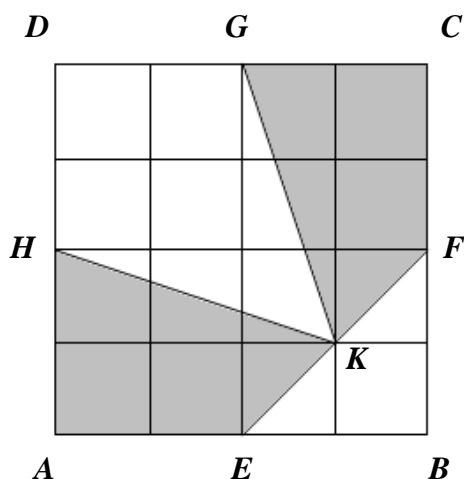
$$7n + 7 - 1 = 20$$

$$n = 2$$

*Odpowiedź:* Kolejni gracze od pierwszego do siódmego mieli na początku gry odpowiednio po 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 monety.

**Zadanie 5.**

*Przykład rozwiązania graficznego z podziałem kwadratu na 16 kwadratów jednostkowych*



W podziale widać, że szukane łączne pole czworokątów (zaznaczone szarym tłem) składa się z pól składowych:

- całe pola kwadratów jednostkowych - pole wynosi 4,
- połowy pól kwadratów jednostkowych - pole wynosi 1,
- połowy prostokątów 1x3 – pole wynosi 3

Łączne pole wskazanych czworokątów wynosi 8.

*Odpowiedź* Pole czworokątów zajmuje część całego kwadratu  $8/16 = 0,5=50\%$